Prof. Asma OULBAZ	La rotation dans le plan	1.Bac. SMF

Exercice ① : ABC est un triangle isocèle et rectangle en B, tel que $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ négative. Soit O : le milieu de [AC]. E et F deux points tels que : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Soit R : la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1) Construire la figure.

2) Déterminer : $R(A)$ et $R(B)$.

3) Montrer que $R(E) = F$; puis en déduire la nature du triangle OEF.

Exercice ② : ABC est un triangle rectangle en A ; tel que : $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \alpha\ [2\pi]$; et r : la rotation de centre B et d'angle α.

1) Construire les deux points E et F tels que : $r(A) = E$ et $r(C) = F$

2) Montrer que $(EF) \perp (BC)$.

3) Soit I le point d'intersection de (AC) et (EF).

Soit K : le point d'intersection de (AB) et (IJ), tel que : $r(I) = J$.

a) Montrer que E et F et J sont alignés.

b) Montrer que E est le milieu du segment (IJ).

c) Montrer que : $r(K) = C$.

Exercice ③ : ABC est un triangle isocèle en A ; tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$.

Soient : $R_A = r\left(A ; \frac{2\pi}{3}\right)$ et $R_C = r\left(C ; \frac{\pi}{6}\right)$.

On pose : $f = R_C \circ R_A$.

1) Montrer que : $f(B) = C$.

2) Montrer que f est une rotation ; et déterminer son angle.

3) Soit I le point d'intersection des bissectrices intérieures du triangle ABC.

a) Montrer que : $R_A = S_{(CA)} \circ S_{(IA)}$ et $R_C = S_{(CI)} \circ S_{(CA)}$

b) En déduire que I est le centre de la rotation f.

c) Soit $f(A) = A'$. Montrer que :

$(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IA}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$.

Exercice ④ : ABCD est un carré tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ est positive. Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1) Déterminer la nature de la transformation suivante : $S_{(AD)} \circ S_{(AB)}$

2) On considère les rotations suivantes : $r(A; \frac{\pi}{2})$ et $r'(B; \frac{\pi}{2})$ et $r''(C; -\frac{\pi}{2})$.
Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes : $r o r'$ et $r o r''$

Exercice ⑤ : ABCD est un carré de centre O, tel que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

- $S_{(AB)}$ est la symétrie axiale d'axe (AB).
- $r(A; \frac{\pi}{2})$ est la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes :

a) $F = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$ b) $G = S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$

c) $H = r(D; \pi) \circ r(A; \pi)$.

d) $K = r(C; \frac{\pi}{2}) \circ r(D; \pi) \circ r(A; \frac{\pi}{2})$

Exercice ⑥ : ABCD est un carré de centre O ; tel que : $(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$ négative.
Soient M et N et P quatre points du plan ; tq : $\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{4} \overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{4} \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BC}$.

- La droite (AN) coupe respectivement (DM) et (BP) en E et F.
- La droite (CQ) coupe respectivement (DM) et (BP) en H et G
- Soit r la rotation : $r(O; -\frac{\pi}{2})$

1) Construire la figure.

2) Montrer que : $r(M) = N$ et $r(N) = P$ et $r(P) = Q$ et $r(Q) = M$.

3) a- Montrer que : $r(F) = G$.
b- En déduire que le triangle FOG est isocèle et rectangle en O.

4) a- Déterminer : $r o r(F)$ et $r o r(E)$
b- En déduire que les segments [EG] et [FH] ont le même milieu.

5) Montrer que : EFGH est un carré.