

TD 2 1bac SM  
EXERCICES DE LIMITES

**Exercice 1**

Calculer les limites suivantes

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x-5}$                           | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8x^2 - 1}{2x^2 + 3x - 2}$                            | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - x - 6}$                        | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$       |
| $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - x - 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}$ | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{4x+3}}{\sqrt{2x+4} - \sqrt{x+4}}$ | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{4-x}}{x-1}$                  | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{x} - 2}$       |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 2 \tan x}{x + \sin 2x}$               | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin x}{x + \sin 2x}$                           | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{x+1} - 1}{2x - \sqrt{3+2x} - 3}$ | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^3 + x - 3}{x^4 + x^2 - 2}$ |

**Exercice 2**

Calculer les limites suivantes

|  |   |  |   |
|--|---|--|---|
| $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x+1} - x$                    | $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{4+x^2} - 3x$                | $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x-5} + \frac{2x}{x-3}$ | $\lim_{x \rightarrow 10} \sqrt{x-10} + x$   |
| $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x - \sqrt{2x}} - \sqrt{x+1}$ | $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x - \sqrt{x+1}} - \sqrt{x}$ | $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 + 2x} + x$         | $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 + 3} - x$ |

**Exercice 3**

Déterminer les limites suivantes

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\sin x}}{x^2 \sqrt{x}}$ | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$ | $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{(1-x^2)\sqrt{x^2+2} + 2}{x^2 - 2}$ | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{\cos x}}$ |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} E\left(\frac{4}{x}\right)$                 | $\lim_{x \rightarrow 0} x E\left(\frac{4}{x^2}\right)$         | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{\tan x} - \tan^2 x}$  | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{E(\sqrt{x})}{x^2 + 1}$   |

**Exercice 4**

Soit la fonction  $f(x) = \frac{\sqrt{4 + \cos x} - 2}{x^2}$

- 1) montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) \quad |f(x)| \leq \frac{1}{x^2}$
- 2) déduire  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

**Exercice 5**

Soit la fonction  $f(x) = x E\left(\frac{2}{x^2 + 1}\right)$

- 1) montrer que  $\forall x \in ]-1, 1[ \quad |f(x)| \leq 2|x|$
- 2) en déduire  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

**Exercice 6**

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{2x + |x| + |x-1|}{x-2}$

- 1) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$  et calculer  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
- 2) Déterminer les limites  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

### Exercice 7

On pose  $f(x) = \frac{(a+2)x^2 + (b+3)x + 1}{x^2 - 1}$  /  $a, b$  deux réels

- 1) discuter suivant  $a, b$  la limite  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
- 2) déterminer  $a, b$  pour que  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
- 3) étudier suivant  $a, b$  la limite  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

### Exercice 8

On considère la fonction  $f$  définie par : 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x} + b}{x - 2} & ; x \geq 1 \\ f(x) = \frac{2x^2 - ax - 1}{x^2 - x} & ; x < 1 \end{cases}$$

- 1) calculer les limites  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- 2) étudier suivant  $a$  la limite  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- 3) calculer  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  puis déterminer  $b, a$  pour que  $f$  admette une limite en 1

### Exercice 9

Soit la fonction  $f$  telle que : 
$$\begin{cases} f(x) = xE\left(\frac{1}{x}\right) & ; x < 0 \\ f(x) = \frac{x - E(x)}{\sqrt{x}} & ; x > 0 \end{cases}$$

- 1) montrer que :  $(\forall x \in ]0, 1]) f(x) = \sqrt{x}$  puis calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- 2)  $f$  admet-elle une limite au point  $x_0 = 0$  ?

### Exercice 10

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = xE\left(\frac{2}{x}\right)$

- a) montrer que  $(\forall x > 0) 2 - x < f(x) \leq 2$
- b) en déduire  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- c)  $f$  admet-elle une limite en  $a = 0$  ?
- 2) exprimer  $f(x)$  sur  $]2, +\infty[$  puis déduire  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
- 3) montrer que  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$

## Les limites

## Exercice 1 ✓

On considère la fonction  $f(x) = \frac{x^2 + 1 - \cos x}{x + \sin x}$

a) calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

b) montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \frac{3}{4}$

c) montrer que

$$\forall x > 1 : \frac{x^2}{x-1} \leq f(x) \leq \frac{x^2+2}{x-1}$$

en déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

d) montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$  puis déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

## Exercice 2

Soit la fonction  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x \cos x} + 1$

a) Montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}) |x - \cos x| \leq f(x)$

b) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x} = 0$

c) déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x}$

d) Montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}^+) f(x) \leq x + 1$

en déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

## Exercice 3 ✓

Soient  $a > 0$  et  $b \neq 0$

On considère la fonction  $f(x) = \frac{x}{a} \mathcal{E}\left(\frac{b}{x}\right)$

a) Montrer que

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+) \left| \frac{b}{a} - \frac{x}{a} < f(x) \leq \frac{b}{a} \right.$$

b) encadre  $f(x)$  pour  $x > 0$

c) en déduire que  $(\forall x \in \mathbb{R}^+) \left| f(x) - \frac{b}{a} \right| \leq \frac{|x|}{a}$

puis calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

## Exercice 4 ✓

1) Déterminer suivant  $a$  la limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{ax}{(x^2-1)^2}$$

2) Étudier suivant  $a$  la limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - ax$$

## Exercice 5

Soit  $m \in \mathbb{R}$  on considère la fonction

$$f_m(x) = \frac{x^3 + mx + 1}{x^2 + x}$$

a) déterminer  $D$  le domaine de  $f_m$

b) calculer les limites  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x)$

c) discuter suivant  $m$  la limite  $\lim_{x \rightarrow -1} f_m(x)$

## Exercice 6

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - x} & ; x < 1 \\ \frac{-2x + k}{\sqrt{x^2 + 2} + 1} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

a) calculer les limites  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) calculer la limite  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

c) calculer  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  puis déduire  $b$

pour que  $f$  admette une limite en  $a = 1$

## Exercice 7

a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 - 1}{x}$

b) montrer par récurrence que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^n - 1}{x} = na, \quad a \in \mathbb{R}$$

c) en déduire  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(11x+1)^{107} + (3x-1)^{97}}{x}$

## Les limites

### Exercice 8

Soit la fonction  $f(x) = \frac{\sin x + E(x)}{x}$

- montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$
- calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) |f(x) - 1| \leq \frac{2}{x}$   
en déduire la limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

### Exercice 9

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right) ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\tan x} - \sqrt{\sin x}}{x^2 \sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{7-x}}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{15-2x}} ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \sqrt{\cos x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+2} - \sqrt{4-x}}{x-1} ; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3} - x - 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} - 2}{\sqrt{x-1} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x - \sqrt{x+1}} - \sqrt{x-1} ; \lim_{x \rightarrow 0} x E\left(\frac{4}{x^2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(1-x^2)\sqrt{x^2+2} + 2}{x^2 - 2} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(\sqrt{x})}{x+1}$$

Montrer que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} E(x) = 1 ; \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 E\left(\frac{1}{x}\right) = -\infty$$

### Exercice 10

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + (m+1)x - 3}{x^2 + x} & ; x < -1 \\ f(x) = \frac{-2x + b}{\sqrt{x^2 + 2} + 1} & ; x \geq -1 \end{cases}$$

- calculer les limites  $\lim_{x \rightarrow -1} f_m(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- discuter suivant  $m$  la limite  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
- calculer  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  puis déduire  $b$  et  $m$   
pour que  $f$  admette une limite en  $a = -1$

### Exercice 11

Soit la fonction  $f$  définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x E\left(\frac{1}{x}\right) & ; x < 0 \\ f(x) = \frac{x - E(x)}{\sqrt{x}} & ; x > 0 \end{cases}$$

- montrer que  $(\forall x < 0) 1 \leq x E\left(\frac{1}{x}\right) < 1 - x$

en déduire  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

- $f$  admet-elle une limite en  $a = 0$  ?

### Exercice 12

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x| - E(x)}}{x^2}$$

- montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) 0 \leq f(x) < \frac{1}{x^2}$

en déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- montrer que

$$(\forall x \in \mathbb{R}^*) 0 \leq f(x) < \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2}$$

en déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

### Exercice 13

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{1 - \cos x \cos 2x \cos 3x}{x^2}$$

- vérifier que

$$\frac{1 - \cos x \cos 2x}{x^2} = \frac{1 - \cos x}{x^2} + \cos x \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$$

Et calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cos 2x}{x^2}$

- en déduire que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 7$

**EXERCICE 1** Limites en un point

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x\sqrt{x+6}+1}{x^2-1}$ | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2+x-4}{3x+1}$            | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$       | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2+x}{4x^2-1}$              |
| $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$      | $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+x-2}{x^2-4}$            | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x\sqrt{x}-1}{x^2-1}$ | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x}{(x+1)^2}$             |
| $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2-3x-2}{x^2-x-2}$   | $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+2x}{(x-2)^2}$           | $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-x-12}{x^2-9}$    | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x-3}$          |
| $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-8}{x^2-3x+2}$      | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x}-2}$ | $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x+5}{ x+3 }$        | $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} \frac{2x^2-5x+3}{4x^2-9}$ |

**EXERCICE 2** Limites à droite - limites à gauche

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
| $\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{1}{2} \\ x < \frac{1}{2}}} \frac{4x^2-5}{2x-1}$ | $\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x < -3}} \frac{2x+3}{x^2-9}$        | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-5}{x^2-1}$   | $\lim_{\substack{x \rightarrow -\frac{3}{2} \\ x < -\frac{3}{2}}} \frac{6x+5}{4x^2-9}$ |
| $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} \frac{x^2-4x+3}{x^2-3x}$               | $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} \frac{\sqrt{x}-5}{x^2-5x}$ | $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left( \frac{2}{x} + \frac{x-3}{x^2} \right)$ | $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} \frac{x(2x+5)}{(x-3)(x+2)}$              |
| $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{x+8-4\sqrt{x+4}}{x^2}$             |  | $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} \frac{\sqrt{x+3}+x^2-9}{x+3}$                 |  |

**EXERCICE 3** Limites en l'infini

|   |   |   |
|---|---|---|
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-x+1}+x$               | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-x+1}-x$                             | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-x+1}-2x$                        |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2-3x+3}+2x$            | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-x+1}+x}{2x+3}$                | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+3}-2x$                          |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-x+1}+3x}{3x+2}$ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-2x+3}+3x$                           | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin 3x}{x}$                        |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x+1}+x-1}{x+3}$    | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-x\sqrt{x}+1}-x}{2\sqrt{x+3}}$ |   |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \pi x}{3x}$          | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} E(x) \checkmark$                  | $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 E\left(\frac{3}{x}\right) \checkmark$ |

**EXERCICE 4** Limites trigonométriques

|  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan \pi x}{\sin 2x} \checkmark$         | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x+2 \sin x}{3 \tan 2x-x} \checkmark$ | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x\sqrt{2})}{x^2} \checkmark$ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2 \cos 3x}{x^2+2}$                     |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \pi x - 1}{x \sin 3x}$              | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2\pi x}{5x}$                     | $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin x}$     | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x - \sin 3x}{2x - 3 \tan 3x}$                 |
| $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1+\sin x}{1-\cos x}$ | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(\pi x)}{x+1}$                   | $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sin^2 x}$       | $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{3x - \frac{\pi}{2}}$ |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos x - 2 \cos \sqrt{2}x - 1}{x^2}$   |   | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^3}$           |  |

### EXERCICE 5 Limites d'une fonction

|  |  |  |
|--|--|--|
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sqrt{3}x) - \cos x}{x^2}$                                | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2 - x}}{x + 1}$                                | $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( 1 - \cos \frac{3}{x} \right)$             |
| $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{11 - x}}{\sqrt{x + 1} - \sqrt{13 - 3x}}$ | $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{x - \frac{\pi}{4}}$                       | $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x + 6} - \sqrt{x - 6} - 2}{\sqrt{x - 1} - 3}$ |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sin 3x}{2 \cos x - 3x}$                             | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{2 - \sqrt{3 + \cos x}}$   | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x - 1}{\sqrt{x + 2} - \sqrt{3}}$   |
| $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1 - 2 \cos 3x}{\sin x}$                    | $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{(2 - x^2) \sqrt{x^2 + 3} + 3}{x^2 - 3}$                         | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2}$                             |
| $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x \sqrt{\tan x} - \tan x \sqrt{\sin x}}{x^3 \sqrt{x}}$  | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{3 - \sqrt{7 - 3x}}}{1 - \sqrt{3 - \sqrt{\frac{4}{3 - 2x}}}}$ |  |

### EXERCICE 6

Soit  $m$  un paramètre réel. on pose  $f_m(x) = \frac{x^3 + (1 - m)x - m}{x^2 - x}$

- déterminer D l'ensemble de définition de  $f_m$  et calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x)$
- on suppose que  $m = 1$  calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f_1(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1} f_1(x)$
- on suppose que  $m \neq 1$  étudier suivant  $m$  la limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( f_m(x) + \frac{2(m - 1)}{x} \right)$$

**EXERCICE 7**

On considère la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3mx - 1}{x^2 - 1} & ; x > 1 \\ \frac{x + b}{\sqrt{2 - x} + 1} & ; x \leq 1 \end{cases}$$

- 1) calculer les limites  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 2) étudier suivant  $m$  la limite  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- 3) calculer  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  puis déterminer  $b$  et  $m$  pour que  $f$  admette une limite en  $x_0 = 1$

**EXERCICE 8** Calculer les limites ci-dessous

|  |   |   |
|--|---|---|
| $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x\sqrt{x} - 2\sqrt{x+5} - 2}{\sqrt{2x+1} - 3}$                     | $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \tan 2x$ | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 3 - \sqrt{x+1} - 2\sqrt{4-x}}{x^2}$                       |
| $\lim_{\substack{x \rightarrow \pi \\ x > \pi}} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{\pi}}{\sqrt{1 + \cos x}}$ | $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{4}{x^2 - 4} + \frac{1}{x+2} \right)$     | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{1-3x} - 3}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3-x} + 1}$ |
| $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x + \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$             | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$                  | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5}\sqrt{1-3x} - 3}{\sqrt{-x+4}\sqrt{3-x} - 3}$       |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}{\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x-3}}$         | $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}$                         | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+5} + 1}{2\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x}}$     |

**Exercice (1)**

Calculer les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1 - \frac{x}{2}}{x^2}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(\sqrt{x})}{x+1}$  ;  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{\sin x} - \tan^2 x}$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{nx^{n+1} - (n+1)x + 1}{x^{n+1} - x^n + x - 1}$  ;  $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} \frac{\sqrt{a^2 - x^2} + a - x}{\sqrt{a-x} + \sqrt{a^2 - x^2}}$  ;  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x} E\left(\frac{3}{x}\right)$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\sin(\cos x)}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} + \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2 + \sqrt{x})\sqrt{2-x} - 3}{x^2 - 1}$

**Exercice (2)**

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = x^2 \left( E\left(\frac{1}{x}\right) + E\left(\frac{2}{x}\right) \right)$

- montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) \quad 3x - 2x^2 < f(x) \leq 3x$
- déduire  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

**exercice (3)**

on considère la fonction définie par :  $f(x) = \frac{x - E(x)}{x + E(x)}$

- déterminer le domaine de définition de  $f$
- a) montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 1$   
b)  $f$  admet-elle un prolongement par continuité en  $a = 0$
- montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  et calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

**Exercice (4)**

Soit  $k$  un élément de  $\mathbb{N}^* - \{1\}$ . on considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = xE\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

- résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 0$  puis déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$
- a) montrer que  $\left( \forall x \in \left] \frac{1}{4}, 1 \right[ \right) f(x) = x$  et déterminer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = 1$   
b) calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$
- montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 0$
- a) montrer que  $\left( \forall x \in \left] \frac{1}{k^2}, \frac{1}{(k-1)^2} \right[ \right) f(x) = (k-1)x$   
b) étudier la limite de  $f$  au point  $\frac{1}{k^2}$

(1)



احسب  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  في كل حالة من الحالات التالية:

**Exercice:1**

Calculer  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  dans chacun des cas suivants :

|   |   |  |   |
|---|---|--|---|
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\sin 7x}{5x}$                         | b | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\sin 2x}{3x}$                  | a |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\sin(2x^2)}{3x^2}$                    | d | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\tan 2x}{3x}$                  | c |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\sin(x^2 + \pi)}{x^2 + \pi}$          | f | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\tan(4 \sin x)}{5 \sin x}$     | e |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\tan(x + 7 \sin x)}{3x^2 - 5 \tan x}$ | h | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\sin(x + 4 \tan x)}{5 \tan x}$ | g |

احسب  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  في كل حالة من الحالات التالية:

**Exercice:2**

Calculer  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  dans chacun des cas suivants :

|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\sin x}{x^2}$  | b | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\tan^2 x}{x}$   | a |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{(1 - \cos^2 x) \sin^3 x}{\tan x^6}$                              | d | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{(1 - \cos x) \sin x}{\tan x^3}$                         | c |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{1 - \cos x}{\sin x^2}$   | f | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{x^4 + \sin^2 x}{1 - \cos x}$                            | e |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\tan x - \sin x}{x^2 - \sin x}$                                  | h | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{x + \sin^2 x}{1 - \cos x}$                              | g |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{2 \tan x - 3 \sin x}{x - 4 \sin x}$                              | j | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{x + \sin x}{x - \sin x}$                                | i |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\cos x - \sqrt{\cos 2x}}{\sin^2 x}$                              | l | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{(1 - \cos x) \sin x}{\tan^2 x}$                         | k |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1}}{\sin x}$                               | n | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\cos x}{\tan^2 x}$                                      | m |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4} - 2\sqrt{2x^2 + 3x + 1}}{\tan 5x - \sin 7x}$ | p | $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x + 3} - \sqrt{2x + 3}}{\tan 2x + \sin 3x}$ | ش |

احسب  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  في كل حالة من الحالات التالية:

**Exercice:3**

Calculer  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  dans chacun des cas suivants :

|   |   |  |   |
|---|---|--|---|
| $x_0 = \frac{\pi}{2} ; f(x) = \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$                 | b | $x_0 = -\frac{\pi}{2} ; f(x) = (1 + \sin x) \tan^2 x$  | a |
| $x_0 = \frac{\pi}{2} ; f(x) = (1 + \cos 2x) \tan x$                             | d | $(a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi) ; x_0 = a ; f(x) = \frac{\sin(x/2) - \sin(a/2)}{\sin x - \sin a}$ | c |
| $x_0 = \frac{\pi}{3} ; f(x) = \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{1 - 2 \cos x}$     | f | $x_0 = \frac{\pi}{3} ; f(x) = \frac{\sin 3x}{1 - 2 \cos x}$                                      | e |
| $x_0 = \frac{\pi}{2} ; f(x) = \frac{\sin^2 2x + \cos 2x + 1}{\cos 2x + \sin x}$ | h | $x_0 = \frac{\pi}{6} ; f(x) = \frac{2 \sin x - 1}{4 \cos^2 x - 3}$                               | g |
| $x_0 = \pi ; f(x) = \frac{1 + \cos x}{(x - \pi)^2}$                             | j | $x_0 = \frac{\pi}{4} ; f(x) = \frac{\sqrt{2} \sin x - 1}{\sqrt{2} \cos x - 1}$                   | i |
| $x_0 = 0 ; f(x) = \frac{\cos 2x - \cos x}{\sin 2x}$                             | l | $x_0 = \frac{\pi}{3} ; f(x) = \frac{2 \cos^2 x + \cos x - 1}{1 - 2 \cos x}$                      | k |

**Exercice:1**

Calculer la limite de la fonction  $f$  quand  $x$  tend vers  $x_0$ , dans chacun des cas suivants :

التمرين:1  
احسب نهاية الدالة  $f$  عندما يؤول  $x$  الى  $x_0$  في كل حالة من الحالات التالية:

2)  $x_0 = 5$ ;  $f(x) = \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 25}$

1)  $x_0 = 1$ ;  $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

4)  $x_0 = 1$ ;  $f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1}$

3)  $x_0 = 3$ ;  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$

6)  $x_0 = 4$ ;  $f(x) = \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{2x+1}}{x - 4}$

5)  $x_0 = 11$ ;  $f(x) = \frac{x^2 - 121}{\sqrt{x} - \sqrt{11}}$

8)  $x_0 = 1$ ;  $f(x) = \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3}}{2x^2 + 3x - 5}$

7)  $x_0 = 2$ ;  $f(x) = \frac{\sqrt{x+7} - \sqrt{2x^2+3x-5}}{x^2 + x - 6}$

10)  $x_0 = 2$ ;  $f(x) = \frac{2\sqrt{5x-1} - (7x-8)}{x^2 + x - 6}$

9)  $x_0 = -1$ ;  $f(x) = \frac{6\sqrt{2\sqrt{4x+5}}}{3x^2 - x - 4}$

12)  $x_0 = 2$ ;  $f(x) = \frac{2\sqrt{5x-1} - (7x-8)}{3\sqrt{x^2+x+10} - 12}$

11)  $x_0 = 2$ ;  $f(x) = \frac{3 - \sqrt{4x+1}}{\sqrt{x+2} - 2}$

14)  $x_0 = 0$ ;  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} - 3}{x}$

13)  $x_0 = 0$ ;  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1} - 1}$

16)  $x_0 = \sqrt{2}$ ;  $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1} - \sqrt{2x^2+1}}{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x^2+1}}$

15)  $x_0 = 1$ ;  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^3+1}}{x^3 - 1}$

**Exercice:2**

Calculer la limite de la fonction  $f$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$  puis  $-\infty$ .

التمرين:2  
احسب نهاية الدالة  $f$  عندما يؤول  $x$  الى  $+\infty$  ثم  $-\infty$  في كل حالة من الحالات التالية:

2)  $f(x) = 2x - 1 - \sqrt{9x^2 + 3x - 2}$

1)  $f(x) = \sqrt{4x^2 + x + 1} - x$

4)  $f(x) = 3x + 5 - \sqrt{2x^2 + 6x + 5}$

3)  $f(x) = \sqrt{3x^2 + x + 1} - x + 7$

6)  $f(x) = 4x + 5 - \sqrt{16x^2 + 5x - 7}$

5)  $f(x) = \sqrt{25x^2 + 2x + 1} - 5x + 2$

8)  $f(x) = 11x + 2 - \sqrt{121x^2 + 6x - 5}$

7)  $f(x) = \sqrt{5x^2 + 3x + 4} + \sqrt{5x} + 3$

10)  $f(x) = \sqrt{25x^2 + 3x - 1} - \sqrt{16x^2 + 2x + 5}$

9)  $f(x) = \sqrt{4x^2 + x - 2} + \sqrt{x^2 + 3x - 2}$

12)  $f(x) = \sqrt{5x^2 + 4x - 1} - \sqrt{5x^2 + 4x + 1}$

11)  $f(x) = \sqrt{9x^2 + x - 2} - \sqrt{9x^2 + 3x - 2}$

**Exercice:3**

Calculer la limite de la fonction  $f$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$  puis  $-\infty$ .

التمرين:3  
احسب نهاية الدالة  $f$  عندما يؤول  $x$  الى  $+\infty$  ثم  $-\infty$  في كل حالة من الحالات التالية:

2)  $f(x) = 3x - 1 + \sqrt{9x^2 + 3x - 2}$

1)  $f(x) = \sqrt{4x^2 + x + 1} + 2x$

4)  $f(x) = 7x + 5 + \sqrt{49x^2 + 6x + 5}$

3)  $f(x) = \sqrt{3x^2 + x + 1} + \sqrt{3x} + 7$

6)  $f(x) = \sqrt{3x} + 5 + \sqrt{3x^2 + 5x - 7}$

5)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + x + 2$

8)  $f(x) = 12x + 2 + \sqrt{144x^2 + 6x - 5}$

7)  $f(x) = \sqrt{7x^2 + 3x + 4} + \sqrt{7x} + 3$

13)  $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - (mx + 2)$

(ناقش حسب قيم البارامتر  $m$  *discuter suivant les valeurs du paramètre  $m$* )

|   |  |   |   |  |
|---|--|---|---|--|
| $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x \sin x}{x} \right)$                       | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{1+x^2}}{x}$                        | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$  | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-1}{ x-2 }$   | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 2x}$   |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sin x} \right)$        | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x^3 + x^2 + 1}{x(x \neq 1)} \right)$ | $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} - \frac{2+x}{x^3}$            | $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{\sqrt{x^2-1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}$ | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x-1}$            |
| $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - x)}{x-1}$                                    | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - x + 2}{x+3}$                  | $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x+3}$                        | $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{1-2x}{(x+3)^2}$  | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x - 4}{2x^2 - 2x}$        |
| $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{x - \pi/6}$               | $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+x+3}}{3x}$                       | $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+3}{x^2 - 5x + 6}$                   | $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1+2x}{x^2 - x}$                         | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$ |
| $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$                                      | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \right)$ | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 1}$                   | $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{4-2x}{x^2 - 4x + 4}$                    | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x-1}}{x-2}$            |
| $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\tan(x^2 - 3x)}{x-3}$                                   | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 2x + 1} + 3x \right)$           | $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 2x^2$                             | $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^3 - 4x}$                | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 2x - 3}$    |
| $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{\sin x}$                           | $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} + x + 1}{x+2}$                | $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 - 2x^2 + 5$                       | $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \frac{x^3 + x}{x^2 - 1}$                    | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+8} - 3}{x^5 - 5x + 6}$ |
| $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos(x)}{\cos(3x)}$                                 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1} - x - 1}{x+1}$                 | $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} -2x^2 - 2\sqrt{x}$                    | $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^2 +  x }}$             | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{3x^2 - 6x}$ |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - 2 \sin(x)}{x^3}$                             | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2+1} - x$                             | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + x + 1}{x+2}$               | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+3}{x^2 - 4x + 3}$  | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$                |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x)}{\sin(2x)}$                                    | $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 16}{(x-4)^2(x+3)}$                   | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 8x - 3}$    | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{1-x^2}$  | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x-1}}$  |
| $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\tan x}$                             | $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 - 2x} - x \right)$              | $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{4x^2+5} - 3}$        | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x+1}$  | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{x}$            |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( 1 - \cos \frac{1}{x} \right)$                  | $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x - 1}{x^4 + 5x^2 - 1}$             | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1}$ | $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$                   | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2+4} - 4}{x-2}$         |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \left( \frac{1}{x} \right)$                      | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{(x+3)^2}$                              | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+4} - 4}{x-2}$          | $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$                                   | $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + x}$          |
| $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x} \cos \left( \frac{1}{x} \right)$ | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2+x+2}}{x}$                         | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$           | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 8x - 3}$                              | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{4x^2+5} - 3}$         |
| $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{x - \pi/4}$                        | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-x}$                       | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$    | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 + x - 2}$                                      | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$   |
| $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{x - \pi/2}$                             | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \cos x}{2x}$                           | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3}{x+1} - x$                | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$   | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{1-x^2}$                      |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \left( \pi \frac{\sin x}{x} \right)$                     | $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$                                | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + x - 1}$                | $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 - 6}{x^2 - 2x}$                                       | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 +  x-2  - 4}{x-2}$           |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$                                  | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$                                  | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{\sqrt{2-x}}$ | $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 6}{x^2 - 2x}$                                       | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x-2}$                       |
| $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1-\cos x}}$         | $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( 1 - \cos \frac{1}{x} \right)$           | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}$       | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x^2+1} + 1}{x}$                                   | $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{3x+4}{ 2x-1 }$         |
| $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{(2x - \pi)^2}$                  | $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt{2} - 2 \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x}$     | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \cos x}{2x}$                | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sqrt{a} - a \sqrt{x}}{x-a}$                              | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x^3 - x }{x-1}$                 |

**Exercice:1**

Calculer la limite de la fonction  $f$  quand  $x$  tend vers  $x_0$ , dans chacun des cas suivants :

1)  $x_0 = 2$  ;  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 2}$

4)  $x_0 = 1$  ;  $f(x) = \left( \frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{x} \right)$

6)  $x_0 = -3$  ;  $f(x) = \frac{3x^2 + x - 24}{(x+3)(7x-2)}$

8)  $x_0 = 1$  ;  $f(x) = \frac{7x^2 + 2x - 9}{x^2 + 3x - 4}$

10)  $x_0 = -2$  ;  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + x - 2}$

12)  $x_0 = 2$  ;  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 7}{-2x^2 + x + 6}$

14)  $x_0 = 3$  ;  $f(x) = \frac{-2x + 5}{2x^2 + x - 21}$

16)  $x_0 = 2$  ;  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{2x^2 - x - 6}$

التصريف: 1: أحسب نهاية الدالة  $f$  عندما يزول  $x$  إلى  $x_0$  في كل حالة من الحالات التالية:

1)  $x_0 = -1$  ;  $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 2}{x - 2}$

3)  $x_0 = 3$  ;  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2}$

5)  $x_0 = 1$  ;  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2}$

7)  $x_0 = 2$  ;  $f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 8}{-2x^2 + x + 6}$

9)  $x_0 = 3$  ;  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{(x-3)(7x-11)}$

11)  $x_0 = 1$  ;  $f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 8}{-2x^2 + x + 1}$

13)  $x_0 = -1$  ;  $f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 + x}$

15)  $x_0 = -1$  ;  $f(x) = \frac{5x^2 - 2x - 4}{-3x^2 + x + 4}$

**التصريف: 2:****Exercice:2**

Calculer la limite de la fonction  $f$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$  puis  $-\infty$  :

2)  $f(x) = \frac{-2x^4 - 3x^2 - 2x + 7}{11x^2 - 2x + 7}$

4)  $f(x) = \left( \frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{x} \right)$

6)  $f(x) = \frac{-3x^5 + x - 24}{(x^3 + 3)(7x^2 - 2)}$

8)  $f(x) = \frac{7x^2 + 2x - 9}{3x^7 + 3x - 4}$

10)  $f(x) = \frac{-10x^7 + 2x}{5x^7 + x - 2}$

12)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x^5 - 7}{-2x^2 + x + 6}$

14)  $f(x) = \frac{-2x^5 + 5}{2x^2 + x + 7x^7 - 21}$

16)  $f(x) = \frac{7x^3 + 2x - 2}{2x^3 - x - 6}$

أحسب نهاية الدالة  $f$  عندما يزول  $x$  إلى  $+\infty$  ثم  $-\infty$  في كل حالة من الحالات التالية:

1)  $f(x) = \frac{4x^5 - 3x^3 - 2x + 7}{-3x^3 - 2x + 7}$

3)  $f(x) = \frac{-5x^3 - 1}{2x^7 + 5x - 2}$

5)  $f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 3}{3x^2 + x - 2}$

7)  $f(x) = \frac{3x^3 - 2x - 8}{-2x^3 + x + 6}$

9)  $f(x) = \frac{x^{11} - 9x + 3}{(x^5 - 3)(7x^3 - 11)}$

11)  $f(x) = \frac{-3x^6 + 2x^4 - 8}{-2x^2 + x + 1}$

13)  $f(x) = \frac{3x^3 - 2x - 8}{x^3 + x}$

15)  $f(x) = \frac{5x^2 - 2x - 4}{-3x^2 + x + 4}$