Prof : Asma OULBAZ	Produit scalaire / Produit vectoriel	1. Bac. SM. F

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ dans chacun des exercices suivants :

Exercice ①: On considère les points $A(0;-2;0)$ et $B(1;1;-4)$ et $C(0;1;-4)$ et la sphère (S) d'équation :

$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$

1) Montrer que : le centre de (S) est le point $\Omega(1;2;3)$ et son rayon est : $R=5$.

2) a) Montrer que : $\vec{AB}\wedge\vec{AC}=4\vec{j}+3\vec{k}$; puis en déduire que : $4y+3z+8=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

b) Calculer : $d(\Omega;(ABC))$; puis en déduire que le plan (ABC) et la sphère (S) se coupent en un point H.

c) Déterminer les coordonnées de H.

Exercice ②: On considère les points : $A(-1;1;0)$ et $B(1;0;1)$ et $\Omega(1;1;-1)$ et la sphère (S) de centre Ω et de rayon : $R=3$.

1) Montrer que : les points O et A et B forment un plan ; puis en déduire que $x+y-z=0$ est une équation du plan (OAB).

2) Montrer que le plan (OAB) coupe la sphère (S) selon un cercle $(\mathscr{C})$ de rayon $r=\sqrt{6}$.

3) Déterminer les coordonnées du centre de $(\mathscr{C})$.

Exercice ③: On considère le point $A(2;2;-1)$ et le plan (P) défini par l'équation : $(P) : 2x+y+2z-13=0$ et la sphère (S) de centre $\Omega(1;0;1)$ et de rayon : $R=3$.

1) a- Montrer que : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ est une équation cartésienne de la sphère (S) ; puis vérifier que : $A\in(S)$.

b- Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) en un point à déterminer.

2) Soit (D) la droite passant par A

et perpendiculaire au plan (P).
Montrer que la droite (D) est tangente à la sphère (S) en un point à déterminer.

Exercice ④ : Questions indépendantes.

1) Etudier la position relative des deux plans (P) et (Q) ; tq :
$(P) : 2x-4y+6z+1=0$
et : $(Q) : x-2y+3z=0$

2) Déterminer le triplet des coordonnées du point H ; le projeté orthogonale de $A(5;1;1)$ sur le plan $(P) : x+2y-2z=9$

3) Etudier la position relative du plan $(P) : x-2y+3z=0$ et la droite $D(A;\vec{u})$ avec $A(1;3;0)$ et $\vec{u}(-1;2;-3)$

Exercice ⑤ : On considère les points $A(1;1;0)$ et $B(0;1;1)$ et $C(1;0;1)$

1) Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

2) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

3) On considère le point $\Omega(1;0;-1)$

a) Déterminer une équation cartésienne de la sphère (S) de centre Ω et de rayon : $R=\sqrt{3}$.

b) Montrer que : le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle $(\mathcal{C})$ puis déterminer le rayon et le centre de $(\mathcal{C})$.

c) Déterminer l'intersection de la sphère (S) et la droite (AB).

4) Soit $m \in \mathbb{R}$. On considère le plan (P_m) définie par l'équation :
$m^2x + z + m = 0$

Etudier selon les valeurs de m ; la position relative de la droite (AB) et le plan (P_m).